UNIVERSITÄT BAYREUTH
Lehrstuhl für Wirtschaftsmathematik
Prof. Dr. Jörg Rambau
Sascha Kurz

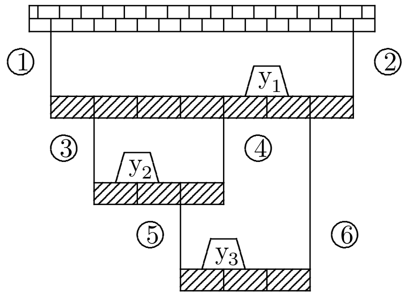
Lineare Optimierung
WS 2005/06

5. Übungsblatt

Abgabe: 28.11.2005 – vor der Vorlesung

Bitte jeweils die ersten und die letzen beiden Aufgaben auf unterschiedlichen Blättern abgeben.

Aufgabe 17: Betrachten Sie das folgende Hängegerüst.



Die Kabel 1 und 2 können je 300 kg Last, die Kabel 3 und 4 je 100 kg und die Kabel 5 und 6 jeweils 50 kg Last tragen. Unter Vernachlässigung des Gewichtes der Kabel und der Bohlen soll das maximal zulässige Gesamtgewicht $y_1+y_2+y_3$ für die Lasten gefunden werden. Formulieren Sie dieses Problem als lineares Programm und lösen Sie es mit einem LP-Löser Ihrer Wahl (geben Sie einen Ausdruck des LP und der Lösung ab). **4 Punkte**

Aufgabe 18: Es sei Q Teilmenge eines Polyeders $P = P(A, b)$. Zeigen Sie, dass $\text{fa}\big(\text{eq}(Q)\big)$ die bezüglich Mengeninklusion kleinste Seitenfläche ist, die Q enthält. **4 Punkte**

Aufgabe 19:

(a) Es seien P ein Polyeder und F eine nichtleere Seitenfläche von P. Zeigen Sie, dass F genau dann eine (bezüglich Mengeninklusion) minimale Seitenfläche von P ist, wenn F ein affiner Raum ist.

(b) Sei $V \subseteq \mathbb{R}^n$ eine endliche Menge und $P = \text{conv}(V)$ die konvexe Hülle. Zeigen Sie, dass der Schwerpunkt $\sum_{v \in V} \frac{v}{|V|}$ ein innerer Punkt von P ist.

4 Punkte

Aufgabe 20:

(a) Zeigen Sie: Jede nichttriviale Seitenfläche eines Polyeders ist Durchschnitt von Facetten des Polyeders.

(b) Seien P ein Polyeder mit $\dim(P) = d$ und F eine Seitenfläche von P der Dimension k mit $0 \leq k < d$. Dann gibt es Seitenflächen $F_{k+1}, F_{k+2}, \ldots, F_{d-1}$ von P mit

(i) $F \subseteq F_{k+1} \subseteq F_{k+2} \subseteq \ldots \subseteq F_{d-1} \subseteq P$,

(ii) $\dim(F_{k+i}) = k + i$, für $i = 1, \ldots, d - k - 1$.

(Beweis durch Induktion über $d - k$.)

4 Punkte