

8. Übungsblatt

Abgabe: 19.12.2005 – vor der Vorlesung

Bitte jeweils die ersten und die letzten beiden Aufgaben auf unterschiedlichen Blättern abgeben.

Aufgabe 29: Beweisen Sie oder geben Sie ein Gegenbeispiel: Besitzt ein LP eine nicht-degenerierte optimale Basislösung, so besitzt das duale LP eine eindeutige Optimallösung.
4 Punkte

Aufgabe 30: Lösen Sie das folgende LP mit der Tableaumethode:

$$\begin{array}{rcll} \max & 5x_1 & +4x_2 & \\ \text{s. t.} & 2x_1 & +3x_2 & +x_3 = 12 \\ & 4x_1 & +x_2 & +x_4 = 16 \\ & x_1 & +x_2 & +x_5 = 4.3 \\ & & & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0. \end{array}$$

4 Punkte

Aufgabe 31: Gegeben sei das folgende lineare Programm:

$$\begin{array}{rcl} \max & 4x_1 & + x_2 \\ & -x_1 & + x_2 \leq 2 \\ & x_1 & + 8x_2 \leq 36 \\ & & x_2 \leq 4 \\ & x_1 & \leq 4.25 \\ & x_1, x_2 & \geq 0. \end{array}$$

Lösen Sie das Programm zeichnerisch und durch Anwendung des Simplexverfahrens.

4 Punkte

Aufgabe 32: Falls nichts anderes gesagt wird, betrachten wir im folgenden immer ein LP in Standardform $\max c^T x$, s. t. $Ax = b$, $x \geq 0$, das die Generalvoraussetzungen für Kapitel 9 der Vorlesung erfüllt. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- Eine Nichtbasisvariable, die beim Simplexalgorithmus gerade in die Basis pivotisiert wurde, kann die Basis im nächsten Schritt wieder verlassen.
- Eine Basisvariable, die beim Simplexalgorithmus gerade die Basis verlassen hat, kann im nächsten Schritt wieder in die Basis aufgenommen werden.
- Ist x^1 eine eindeutige optimale Basislösung und x^2 eine zweitbeste Basislösung mit echt kleineren Kosten, so erhält man x^1 aus x^2 durch Austausch einer Basisvariablen.
- Ist $A = A^T$, so ist jede zulässige Lösung des LP $\max c^T x$, s. t. $Ax = c$ optimal.
- Falls keine Basislösung degeneriert ist und das LP nach oben beschränkt ist, so ist die Optimallösung eindeutig.
- Ist eine unbeschränkte Variable x_j durch $x_j^+ - x_j^-$ ($x_j^+, x_j^- \geq 0$) ersetzt worden, so ist im Simplexverfahren in jedem Schritt höchstens eine der Variablen x_j^+, x_j^- ungleich Null.

4 Punkte