Integrierte Umlauf- und Dienstplanung im ÖPNV

Steffen Weider

Frico 2007

LBW

Steffen Weíder

• Dres. Löbel, Borndörfer und Weider GbR
• Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB)

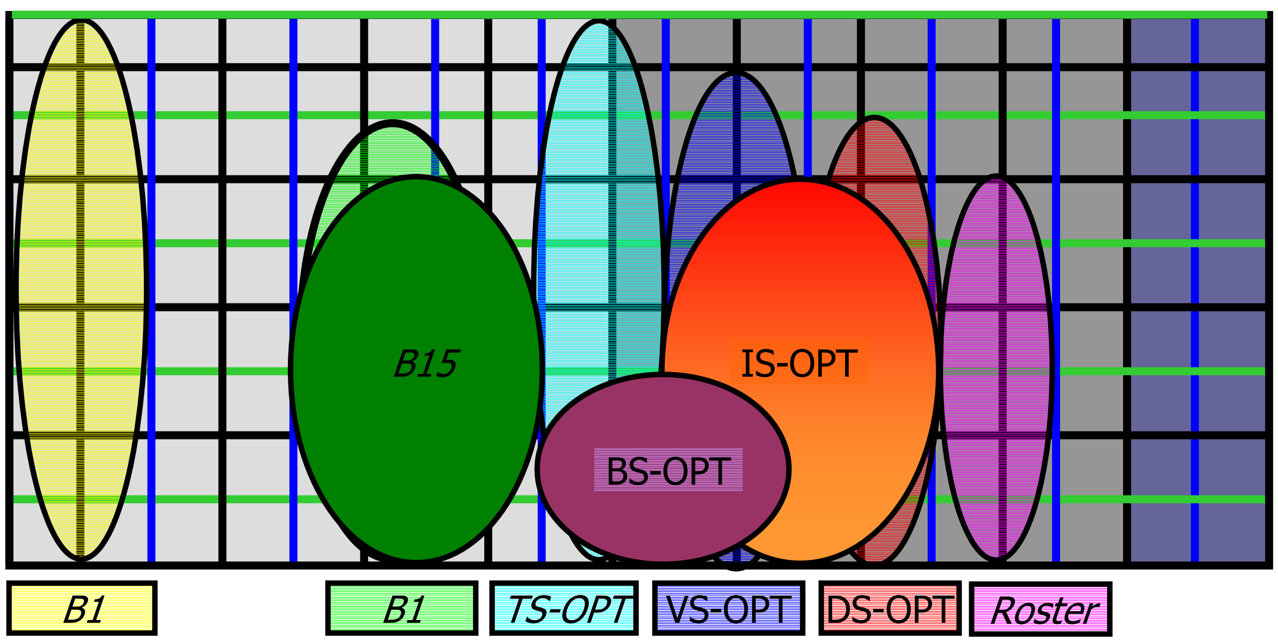
weider@zib.de

http://www.zib.de/weider

Planung im Nahverkehr

Fahrpreise
Netzwerktopologie
Linien
Takte
Fahrplan
Fahrzeugumläufe
Dienste
Dienstreihenfolge
Personaleinsatz
Betriebsleitung

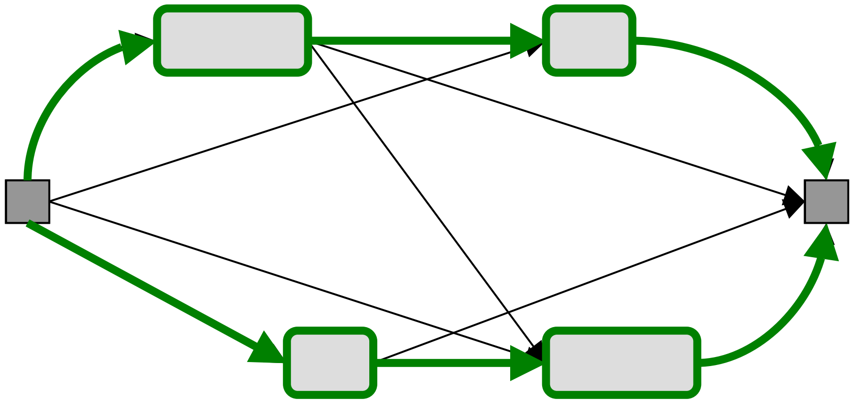
Bereich
Betriebshof
Liniegruppen
Linien
Umläufe



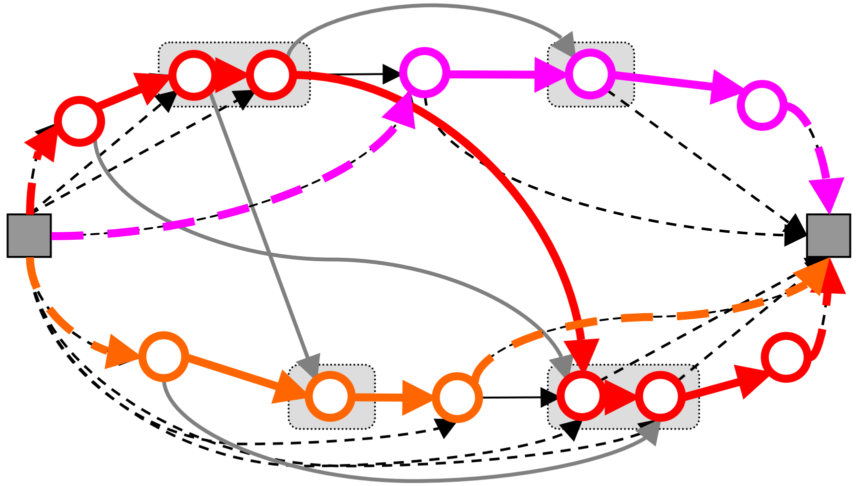
LBW
Steffen Weider

Graphentheoretisches Modell

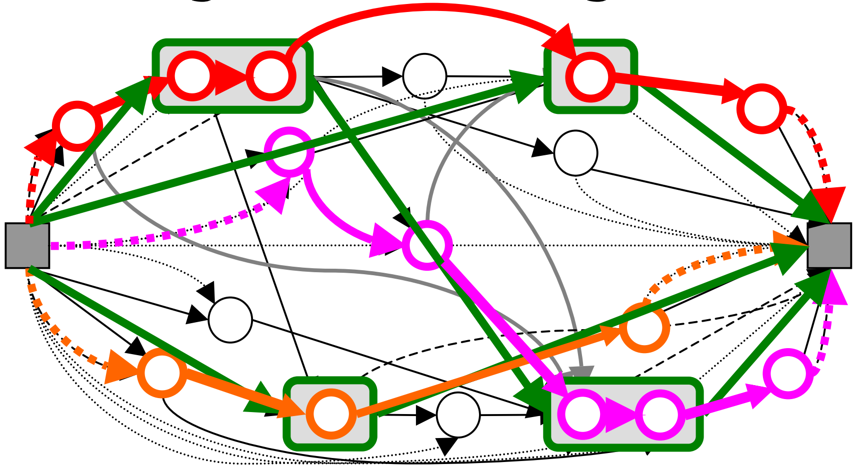
- Umlaufplanung



- Dienstplanung



- Integrierte Planung



LBW

Steffen
Weider

IP Modell

$$
\begin{array}{llcclcl}
\text{(ISP)} & \min & c^{\mathrm{T}} x & + & d^{\mathrm{T}} y & & \\
& \text{(1a)} & x(\delta_g^{\text{out}}(v)) = x(\delta_g^{\text{in}}(v)) & & & = 0, & \forall \text{ depots } g, \text{trips } v \\
& \text{(1b)} & x(\delta^{\text{out}}(v)) & & & = 1, & \forall\ v \in V \setminus \{s,t\} \\
& \text{(1c)} & \sum_{a \in A_k} f_{ak} x_a & & & \leq \kappa_k, & \forall\ K \in \mathrm{K} \\
& \text{(2a)} & & & Ay & = 1 & \\
& \text{(2b)} & & & By & \leq b & \\
& \text{(3)} & Cx & - & Dy & = 0 & \\
& & x \in \{0,1\}^m, & & y \in \{0,1\}^n & &
\end{array}
$$

$$
C_{dt} := \begin{cases} 1, & \text{falls Leerfahrt } d \text{ Dienstelement } t \text{ enthält} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}
$$

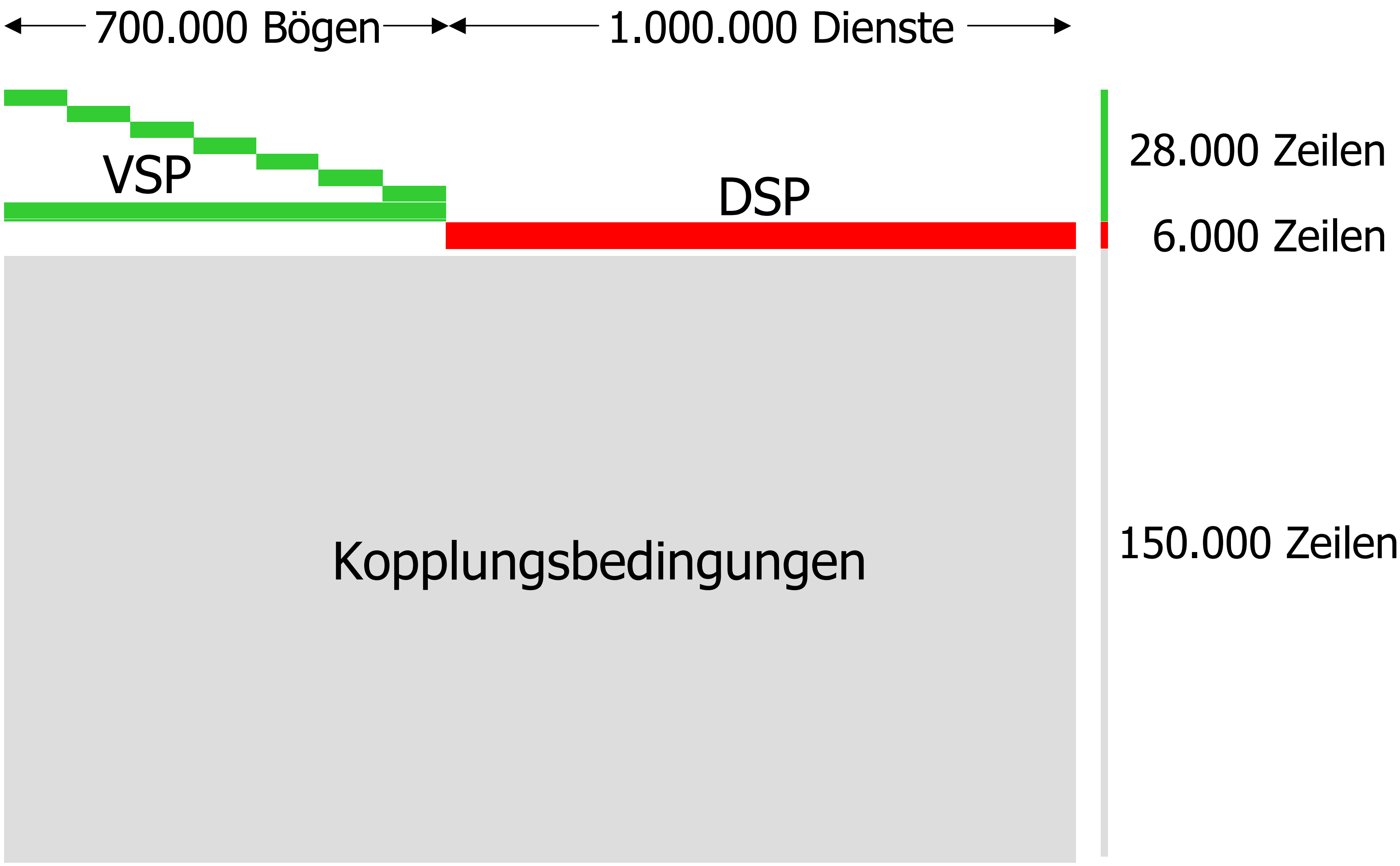
$$
D_{dt} := \begin{cases} 1, & \text{falls Dienstelement } t \text{ von Dienst } d \text{ überdeckt wird} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}
$$

LBW

ZIB

Steffen Weider

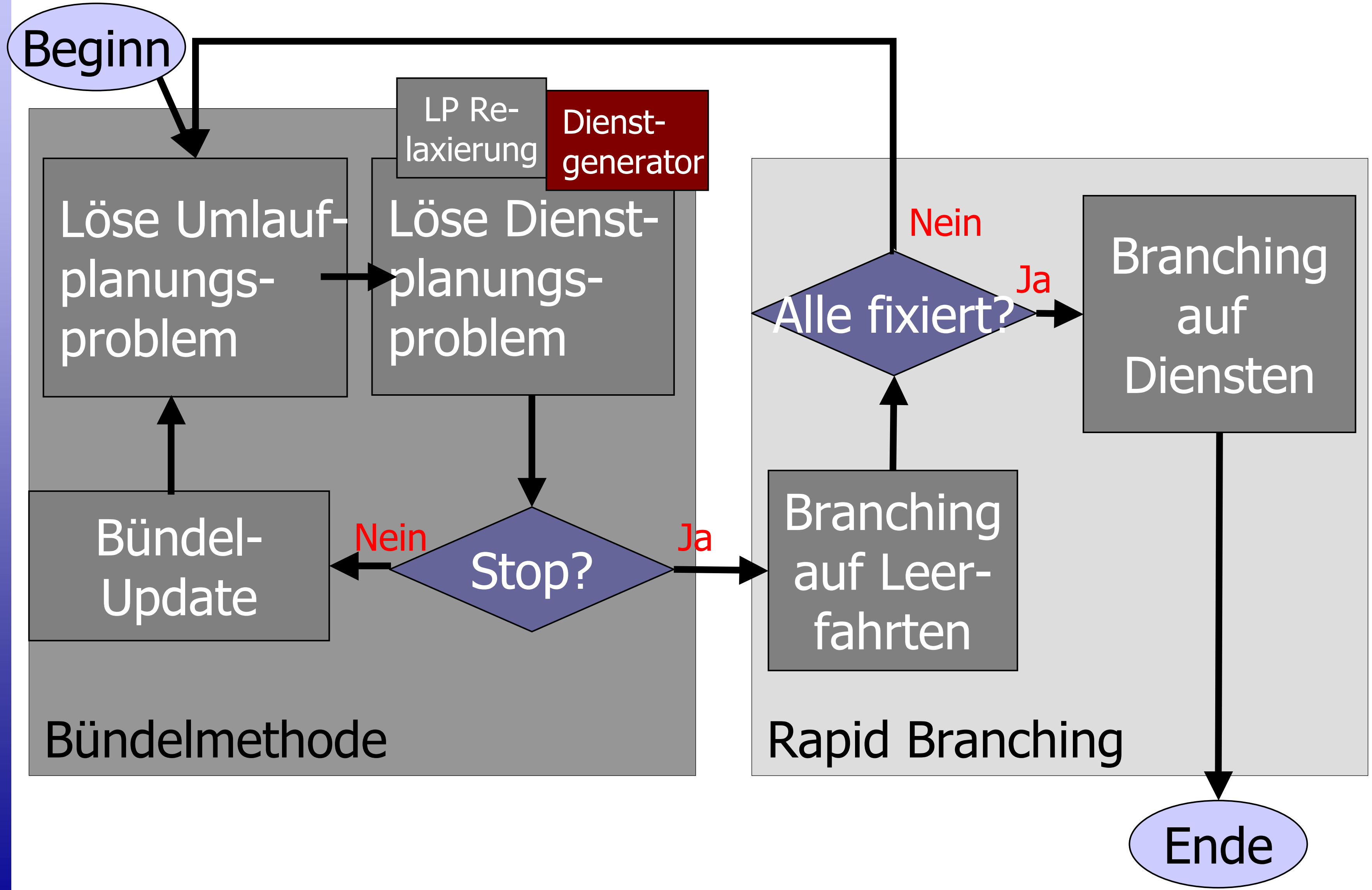
Struktur des Problems



LBW

Steffen Weider

Branch-&-Generate Algorithmus



LBW
ZIB
Steffen Weider

Untere Schranke

$$\max_{\lambda} \; \min_{\text{s.t. } x \text{ ist Umlaufplan}} (c^T - \lambda^T D)x \; + \; \min_{\text{s.t. } y \text{ ist Dienstplan}} (d^T + \lambda^T C)y$$

Lagrange-Relaxierung der Kopplungsbedingungen

➔ Dekomposition in bekannte Einzelprobleme.

Problemeigenschaften:

- Das Lagrange-Problem liefert i.A. untere Schranken, keine kompatiblen Lösungen.
- Das Lösen der Einzelprobleme dauert lange.
- Die Einzelprobleme können nur approximativ gelöst werden.

Gesuchtes Verfahren:

- Wenig Iterationen bis zu einer guten Lösung,
- Primale Information,
- Schnell.

➔ **Bündelmethode**

LBW

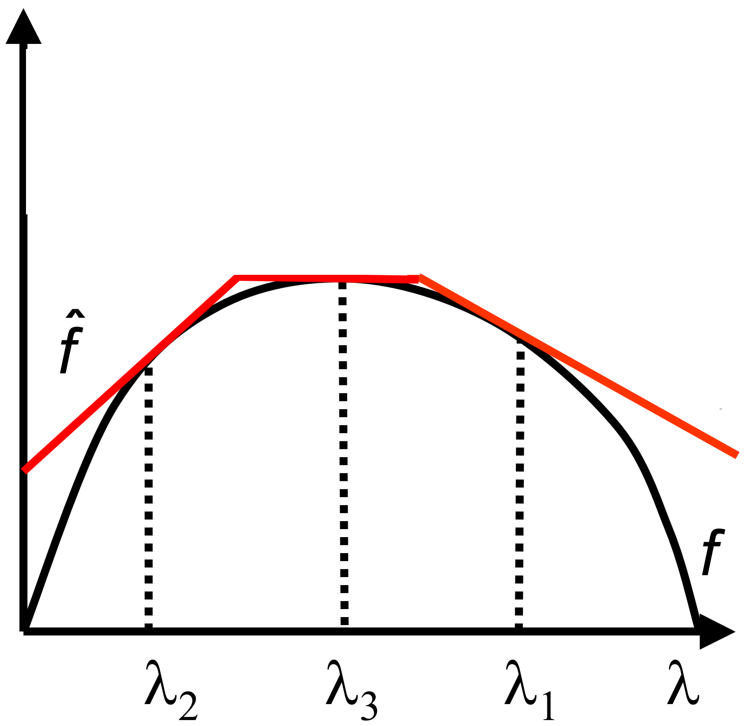
ZIB

Steffen Weider

Bündel-Methode

(Kiwiel [1990], Helmberg [2000])

- Max $f(\lambda) := \min_{x \in X} c^{\mathrm{T}} x + \lambda^{\mathrm{T}} (b - Ax)$, X konvex
- ➔ f polyedrisch (stückweise linear)



$$\bar{f}_{\mu}(\lambda) = c^{\mathrm{T}} x_{\mu} + \lambda^{\mathrm{T}} (b - Ax_{\mu})$$

$$\hat{f}_k(\lambda) := \min_{\mu \in J_k} \bar{f}_{\mu}(\lambda)$$

$$\lambda_{k+1} = \underset{\lambda}{\operatorname{argmax}}\, \hat{f}_k(\lambda) - \frac{u_k}{2} \left\| \lambda - \hat{\lambda}_k \right\|^2$$

LBW

ZIB

Steffen Weider

Dualisierung des quadratischen Problems

(1) $\max_{\lambda \in \mathbb{R}^n} \hat{f}_k(\lambda) - \frac{u_k}{2} \left\| \lambda - \hat{\lambda}_k \right\|^2$

$\Leftrightarrow$ (2)

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{\mu \in J_k} \alpha_\mu \bar{f}_\mu(\hat{\lambda}) - \frac{1}{2u_k} \left\| \sum_{\mu \in J_k} \alpha_\mu (b - Ax_\mu) \right\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{\mu \in J_k} \alpha_\mu = 1 \\ & 0 \le \alpha_\mu \le 1, \qquad \text{for all } \mu \in J_k \end{aligned}$$

und $\sum_{\mu \in J_k} \alpha_\mu x_\mu \to x^*$ so daß x^* eine optimale Lösung von
min $c^T x$, s.t. $x \in X$, $Ax=b$
ist.

LBW

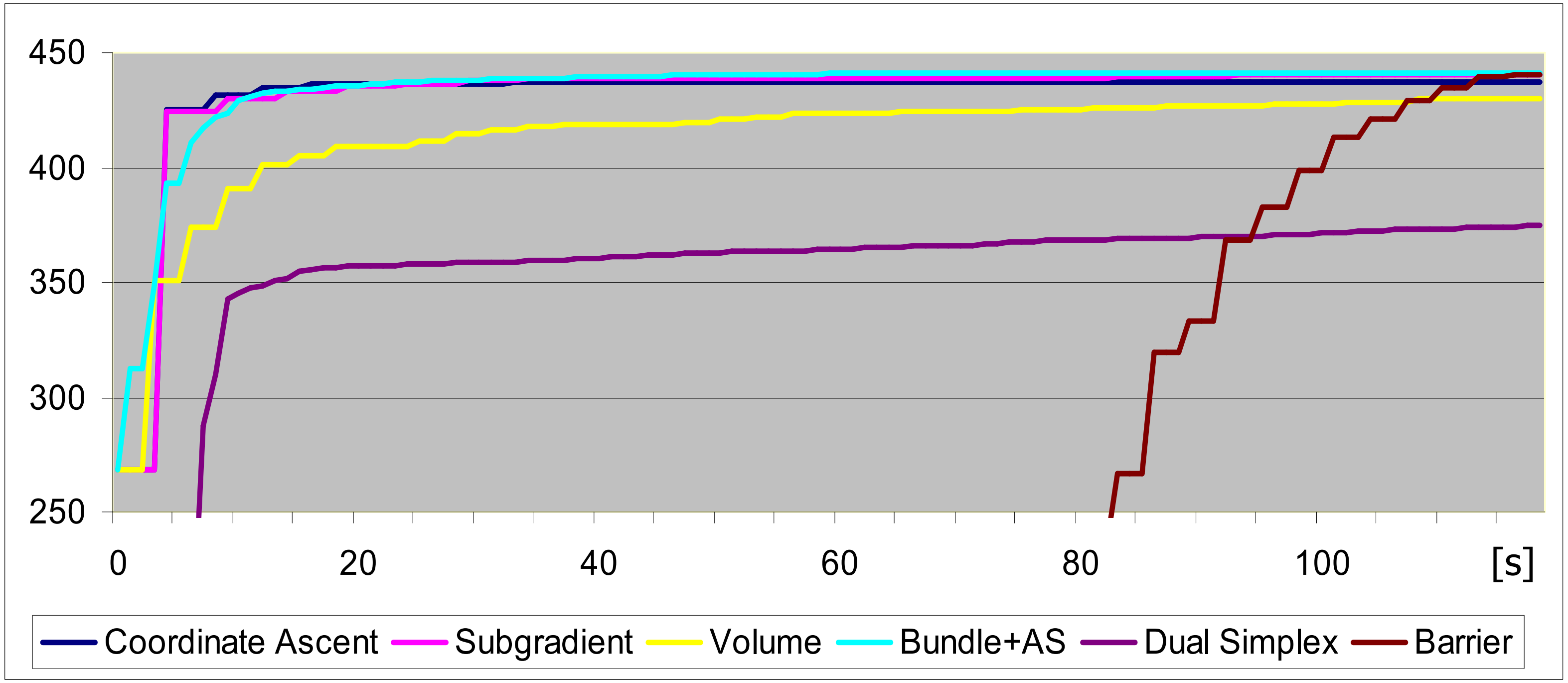
Steffen Weider

Vergleich Bündel- u.a. Verfahren auf einem Dienstplanungsproblem

Dienstplanungsproblem Ivu41:

- 870.500 Spalten,
- 3.570 Zeilen
- 10,5 Non-zeroes pro Spalte

Coordinate Ascent:	Schnell
Subgradient:	Konvergiert theoretisch
Volume:	Primalapproximation
Bundle+AS:	Kovergenz + Primalapprox.
Dual Simplex:	Primal+dual optimal
Barrier:	Primal+dual optimal



LBW

Steffen Weider

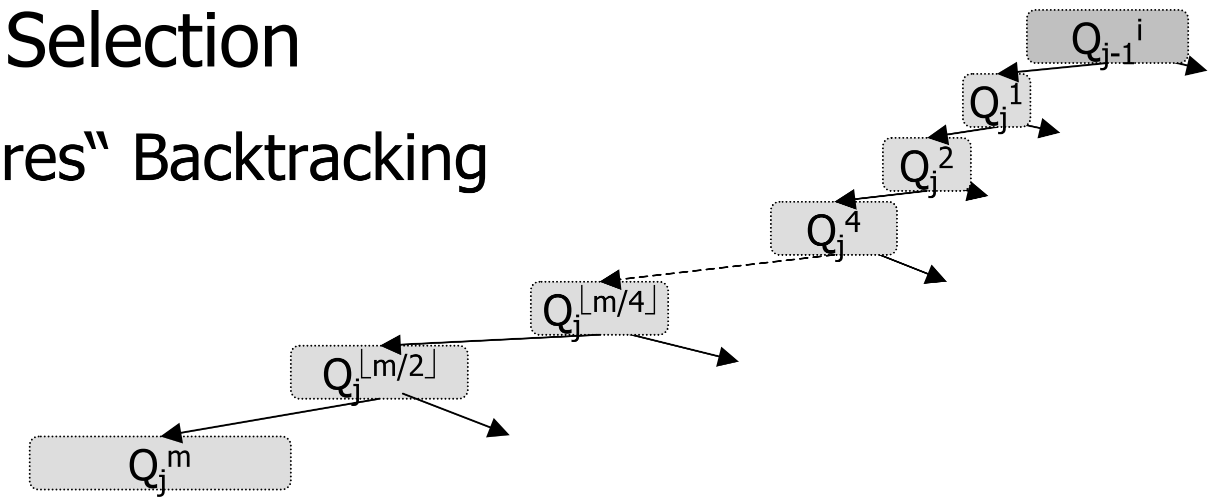
Primal-Heuristik

- (ISP) zu komplex für einfache Diving/Plunging Heuristiken:
  - Backtracking ist notwendig.
- Degeneriertes IP mit sehr vielen Spalten, daher versagen Standard-Branching-Regeln wie
  - Branching on Arcs (Ryan, Foster) und
  - Branching on Variables (Least Fractional, Strong Branching, etc.).
- LP-Relaxierung ist aufwändig zu berechnen
  - Möglichst geringe Tiefe des Suchbaums.

Steffen Weider

Rapid Branching

- Perturbation Branching
  - Iteratives Perturbieren der Zielfunktion und Lösen des LPs bis viele Variablen 1 sind.
- Node Selection
  - „binäres“ Backtracking



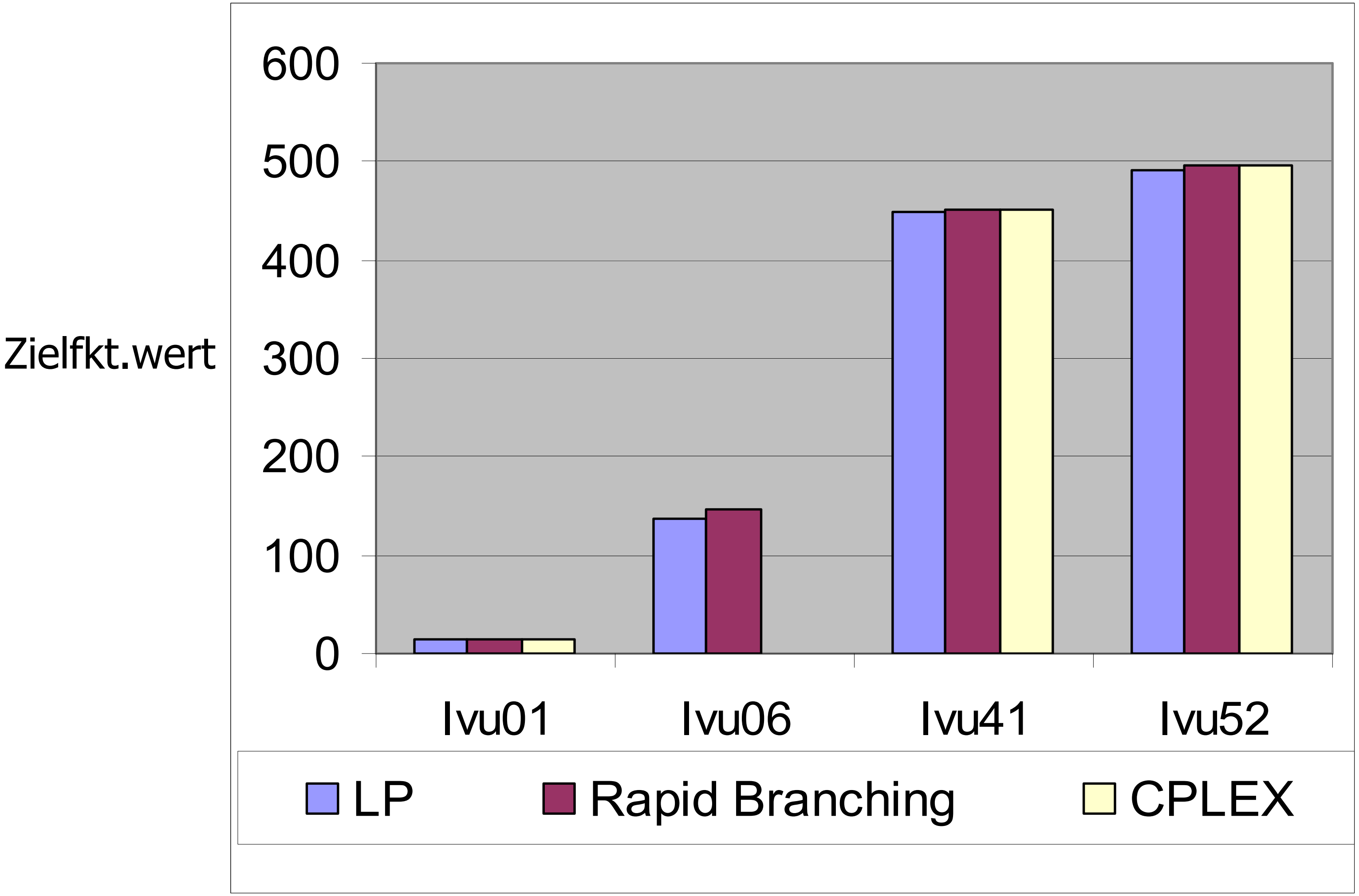
- Untere Schranke mit approx. Bündelmethode

LBW

ZIB

Steffen Weider

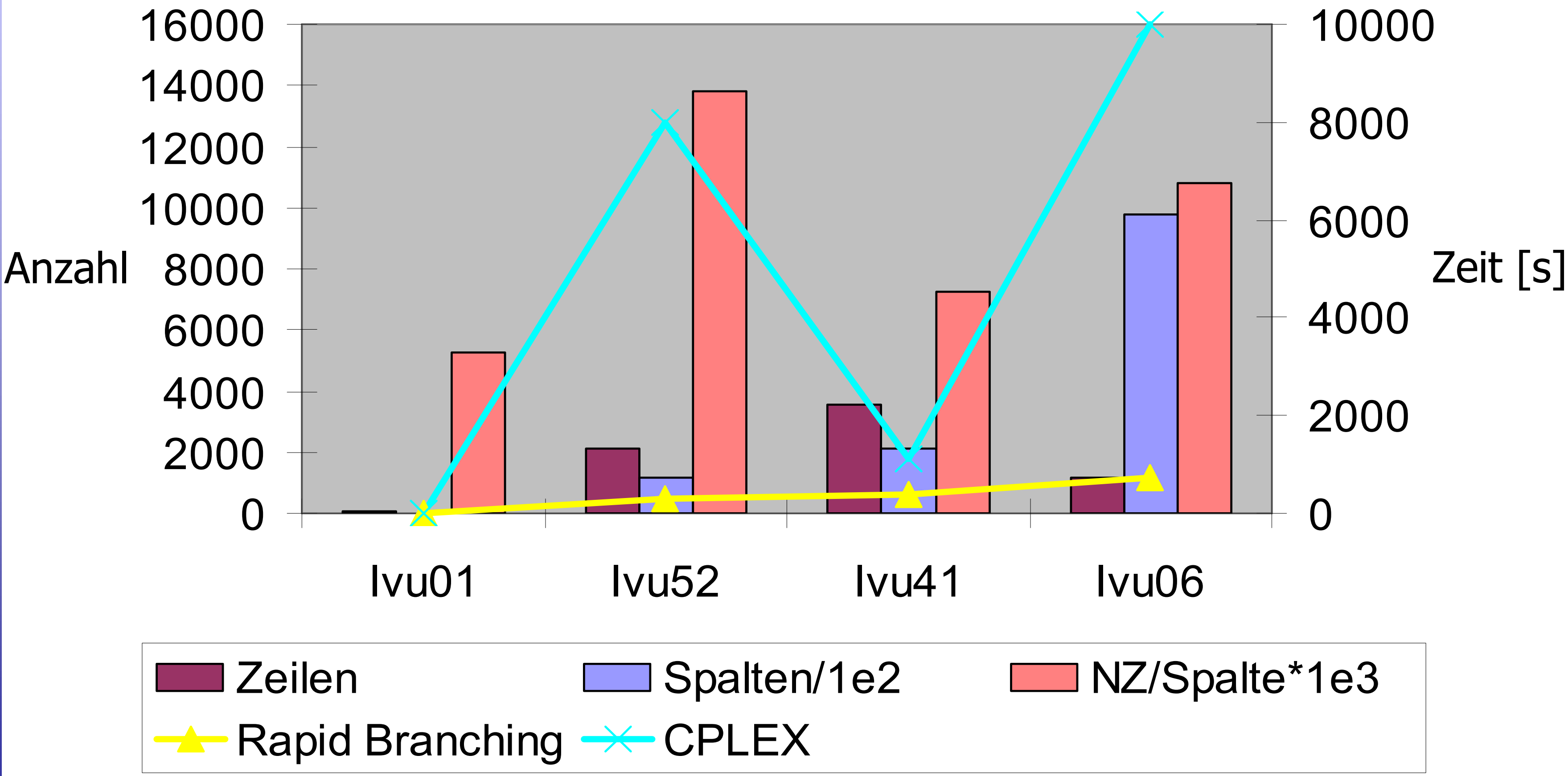
Vergleich: Zielfunktionswerte Rapid Branching und CPLEX 10.0



LBW

Steffen Weider

Vergleich: Laufzeiten
Rapid Branching und CPLEX 10.0



Bis zu 3.600 Zeilen, 1.200.000 Spalten und durchschnittlich 14 Einträgen pro Spalte

LBW

ZIB

Steffen Weider

Stand der Forschung

Artikel	g	f	v	d	Anmerkung
Ball et al. [1983]	1	1.000	--	133	Sequentiell gelöst
Scott [1985]	1	456	54	--	Kostenabschätzung
Tosini & Vercellis [1988]	17	300	--	--	Mehrgüterflußproblem mit Nebenbedingungen
Falkner & Ryan [1992]	1	182	--	41	(DSP) mit Nebenbedingungen
Patrikalakis et al. [1992]	--	111	20	45	Set Covering + Min. Cost Flow
Gaffi & Nonato [1997]	28	257	44	65	(ISP) ohne Ablösestellen
Freling [1997]	1	296	38	90	(ISP)
Friberg & Haase [1997]	1	30	--	--	Zwei gekoppelte (SPP) (optimal gel.)
Freling et al. [2000]	1	476	9	23	(ISP)
Huisman [2004]	--	653	67	117	(ISP)
Weider [2006]	7	3.698	209	260	(ISP) mit Kapazitäts- und Ressourcenbedingungen

LBW

ZIB

Steffen Weider

Auftragnehmerplanung

Methode	***IS-OPT***		***DS-OPT***
	Unternehmen	*Subunternehmen*	*Unternehmen*
Lenkzeit	890:29	463:22	895:47
Bezahlte Zeit	1.023:16	—	1.032:43
Dienste	155	104	160
Fahrzeuge	105	104	—
Dienstschnitt	7:10	—	6:45
CPU Std.	49:55		3:28

Depots	5+2	Fahrzeugtypen	2
Fahrgastfahrten	3.698	Leerfahrten	121.217
Dienstelemente	6.583 (3.966)	Dienstarten	6+1
Dienstmengen	25	Fahrzeugmengen	4

LBW

ZIB

Steffen Weider

Weitere Anwendungen von Bündelmethode und Rapid Branching

- Besonders geeignet für Probleme mit vielen 0/1-Variablen oder mit Blockstruktur.

Wird bereits verwendet für:

- Airline Crew Scheduling (Netline Crew von LH Systems),
- Rostering (Prototyp),
- Umlaufplanung (VS-OPT2).

Vielleicht in Zukunft auch für:

- Airline Crew Scheduling + Rotationsplanung,
- Umlaufplanung + Wartungsplanung,
- ...

LBW

Steffen Weider

Vielen Dank für

Ihre Aufmerksamkeit

LBW

ZIB

Steffen
Weider